

Pi Greco Day

le storie dietro ai numeri

Il lungo viaggio dello zero

Luigi Civalleri



la Z

Formazione



ZANICHELLI

Un viaggio faticoso

L'algebra, questa perniciosa magia saracena

Guglielmo di Malmesbury, ca. 1100

*Come l'asino vuol essere leone e la scimmia
regina, così lo zero si diede grandi arie ed
ebbe la pretesa di essere una cifra*

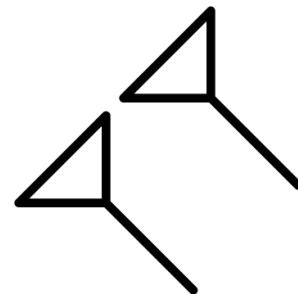
Anonimo francese del XIV secolo



Arpingstone / Wikimedia Commons

Il segnaposto del vuoto

I **Babilonesi** avevano un sistema numerico misto additivo-posizionale, e usavano un **simbolo per segnare il posto vuoto**, ma solo all'interno di un numero e mai alla fine.



Il simbolo si ritrova negli **scritti scientifici greci** dell'età ellenistica. Compare per la prima volta nel **331 a.C.**, ed è un cerchietto con un segmento sopra. Serve per le misure **astronomiche**, non per i calcoli.

Secondo alcuni studiosi deriva dalla **lettera omicron**, iniziale di *oudén*, “niente”. Altri contestano questa derivazione.

*«Nell'antichità classica, zero non era 'qualcosa' o un numero, ma **una condizione**, spesso transitoria»*

(Robert Kaplan, *Zero, storia di una cifra*, Bur, 2001).

Dall'altra parte del mondo, invece...

I **Maya** hanno vari simboli per lo zero, che è anche qui trattato come un “**segnaposto del vuoto**” e non come un numero.

Lo usano quasi esclusivamente per le **date**, nel cosiddetto **computo lungo**. Ad esempio: il 14 marzo 2026 si scrive 13.0.13.7.11, dove lo zero indica che non è ancora stato completato un ciclo *katun*.

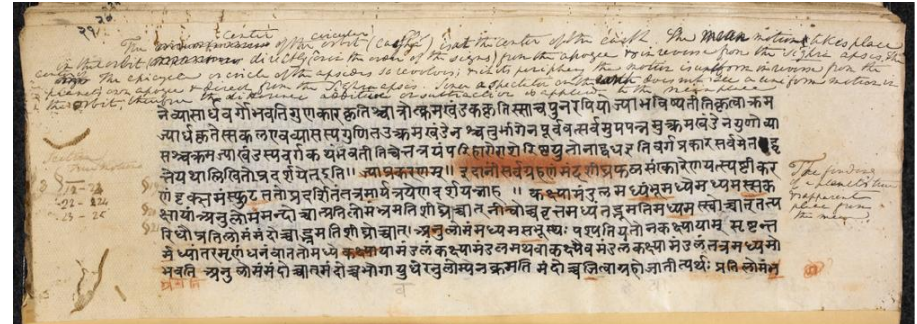


Un'invenzione indiana?

Il dibattito sulla storia della matematica indiana è aspro. Secondo alcuni studiosi, si sviluppa a partire da contatti con le civiltà mesopotamiche e poi, dopo Alessandro Magno, con elementi della cultura greca.

Fatto sta che gli **indiani sono i primi** ad avere un sistema del tutto posizionale, a **usare lo zero in modo sistematico** e soprattutto a trattarlo come un **numero** e manipolarlo algebricamente.

Ci sono prove che potrebbero retrodatarlo al III secolo, ma la **prima trattazione "moderna" dello zero** è nel *Brahmasphuta Siddhānta* di **Brahmagupta del 628**.



La Casa della Sapienza

Tra i secoli **VIII** e il **XII**, il mondo arabo-persiano è al centro della cultura matematica. A Bagdad nell'832 nasce la **Bayt al-Ḥikma (Casa della Sapienza)**, dove sono attivi maestri come al-Khwārizmī e i fratelli Banū Mūsā.

Nel **771** giunge a **Bagdad** un'ambasciata dalla regione del **Sind** (oggi in Pakistan), di cui faceva parte un erudito indiano. Un trattato di astronomia in sanscrito viene **adattato in arabo**.

Il primo testo arabo a esporre dettagliatamente queste innovazioni è il *Kitāb hisāb al-'adad al-hindī* (*Trattato sul calcolo con i numerali indiani*) di **al-Khwārizmī** (prima metà del IX secolo).

Gli arabi traducono il sanscrito **śūnya** (“**niente**”) con **sifr**, da cui “cifra”.



Verso l'Occidente

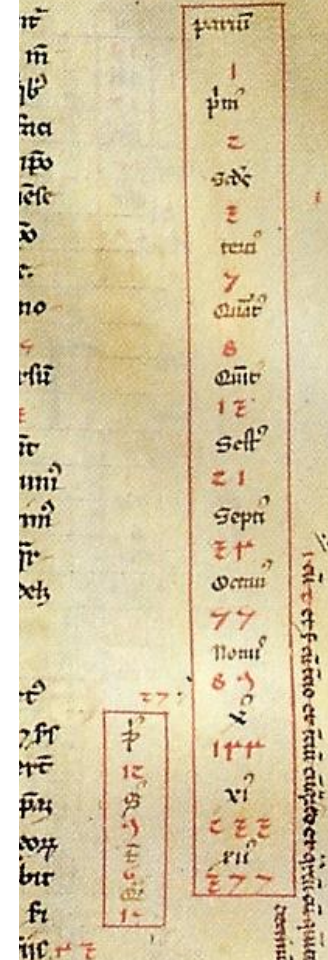
Uno dei primi occidentali a venire a conoscenza delle cifre indiane è **Gerberto d'Aurillac** (950 ca - 1003), poi **papa Silvestro II**. I suoi interessi scientifici lo renderanno sospetto di “negromanzia”.

Del trattato di al-Khwārizmī si hanno vari **adattamenti latini**.

Tra i più importanti il *Liber ysagogarum Alchorismi*, attribuito a Adelardo di Bath (Tours, 1140 ca.) e il *Liber Alchorismi*, forse di Giovanni di Siviglia (Toledo, 1143 ca.).

Il **1202** è per convenzione la data di ingresso “ufficiale” dello zero in Europa. È l'anno del **Liber Abbaci di Fibonacci**, che inizia così:

Le nove cifre degli indiani sono queste: 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Con tali nove figure, e con il simbolo 0 che gli arabi chiamano zefiro, qualsiasi numero può essere scritto, come sarà dimostrato più avanti.



Il viaggio in sintesi



1. **Bhinmal, Rajasthan:** *Brahmasphuṭa Siddhānta* di Brahmagupta, 628.
2. **Sind (regione nell'attuale Pakistan):** ambasciata a Bagdad, 771.
3. **Bagdad:** *Kitāb fī'l-hisab al-hindī (Trattato sul calcolo indiano)* di al-Khwārizmī, prima metà del IX sec.
4. **Tours:** *Liber ysagogarum Alchorismi*, attribuito a Adelardo di Bath, 1140 circa.
5. **Toledo:** *Liber Alchorismi*, attribuito a Giovanni di Siviglia, 1143 circa.
6. **Béjaïa (it. Bugia), Algeria:** porto dove ha un impiego il padre di Leonardo Fibonacci, XII secolo.
7. **Pisa:** *Liber abbaci* di Leonardo Fibonacci, 1202.

Abaco o cifre arabe?

Le **cifre arabe si affermano a fatica in Europa**, dove i conti si fanno con l'abaco e i numeri si scrivono per esteso (o si usano le cifre romane).

C'è inoltre un pregiudizio nei confronti della “**magia saracena**”.

Le cifre arabe sono considerate facili da alterare per le **frodi**.

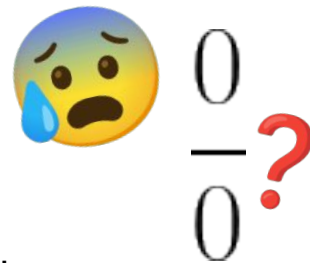
Nel 1299 la città di **Firenze** ne proibisce l'uso nei libri contabili.

Ancora alla fine del XV secolo un editto analogo è promulgato a **Francoforte**.

A far “vincere” le cifre arabe è l'invenzione della **partita doppia**, che si diffonde a partire dalla Toscana nel XIV e trova la sua sistemazione nel trattato di grande successo *Summa de arithmetica* di **Luca Pacioli**, del **1494**.



L'algebra dello zero



Gli **indiani** trattano lo zero con disinvoltura, ma a volte sono confusi: non hanno problemi con addizione e sottrazione, e in genere concordano sulla moltiplicazione per zero, ma **sulla divisione ogni autore ha idee diverse.**

Fibonacci stesso distingue tra **cifre** da 1 a 9 e **segno** zero.

Per secoli, tutti in Europa sono abbastanza concordi nel sostenere che **zero non è un numero**. Anche i numeri negativi sono visti con sospetto. Pare che **il primo uso coerente dello zero** come numero si trovi nel *Triparty en la science des nombres* di **Nicolas Chuquet (1484)**.

Per il suo “trionfo” bisogna aspettare l'**analisi infinitesimale**.

Zero è un postulato

Nel **XIX secolo** si inizia una profonda riflessione sui fondamenti della matematica. In particolare, si va alla ricerca di una **teoria assiomatica dei numeri**.

La più nota, quella di **Peano**, parte proprio dallo zero, la cui esistenza è data come primo assioma:

1. *Esiste lo zero.*
2. *Esiste la funzione successore.*
3. *Zero non è successore di alcun numero*

...

Lo zero è fondamentale in tutte le costruzioni assiomatiche di enti matematici, come nella **teoria dei gruppi**, dove è ***l'elemento neutro additivo***.



Costruire un mondo dal nulla

A un livello ancora più alto, la **teoria degli insiemi di Zermelo-Fraenkel**, la più popolare, parte dall'esistenza dell'*insieme vuoto*:

Esiste un insieme x tale che nessun insieme y è un suo elemento.
Lo si denota con il simbolo \emptyset oppure con $\{\}$.

Nel **1923**, **John von Neumann** inventa un modo per costruire tutti i numeri naturali “partendo dal nulla”, cioè usando solo l'insieme vuoto (e la possibilità di costruire insiemi i cui elementi sono a loro volta insiemi) →

$$0 \rightarrow \emptyset$$

$$1 \rightarrow \{\emptyset\}$$

$$2 \rightarrow \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

$$3 \rightarrow \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

ecc.

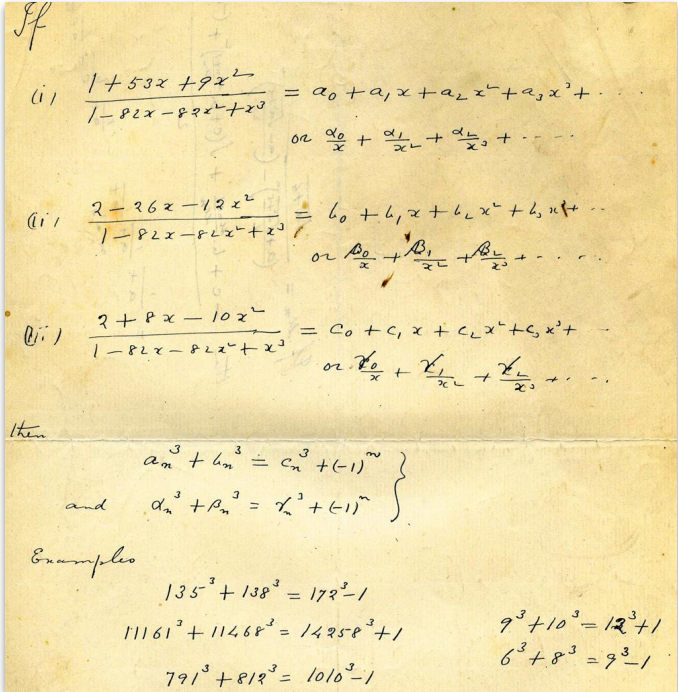
Ex nihilo nihil?

*Dio ha creato i numeri interi,
tutto il resto è opera dell'uomo*

Leopold Kronecker (1823-1891)

*Se, come asserì Pitagora 'i numeri
regnano sull'universo', allora i numeri
sono semplicemente i nostri delegati al
trono, perché noi regniamo sui numeri*

Eric Temple Bell (1883- 1960)



L'essenza della matematica è nella sua libertà

Georg Cantor (1845-1918)

Buon pi day a tutte e tutti!

Luigi Civalleri

civaller@sissa.it